ИЗМЕРВАНЕ НА ПАЗАРНИЯ РИСК ЧРЕЗ МОНТЕ КАРЛО СИМУЛАЦИЯ

ГЕОРГИ ГЕОРГИЕВ

ВИСШЕ УЧИЛИЩЕ ПО АГРОБИЗНЕС И РАЗВИТИЕ НА РЕГИОНИТЕ

MESSURING MARKET RISK BY MONTE CARLO SIMULATION

GEORGI GEORGIEV

UNIVERSITY OF AGRIBUSINESS AND RURAL DEVELOPMENT

Резюме
Целта на настоящата статия е да представи в детайли изчисляването на максималната очаквана загуба при пазарен риск чрез използване на Монте Карло симулация. Стремежът е не да се акцентира върху сложния формулен апарат, който стой зад математическия модел, а да се представи стъпка по стъпка изчислителния алгоритъм чрез използване вградените функции на Excel и негово add – in приложение SIMTOOLS.

Ключови думи: *VaR, Монте Карло симулация, пазарен риск, единичен рисков актив, Excel.*

Summary
The purpose of this article is to present in detail the calculation of the maximum expected loss in market risk using Monte Carlo simulation. The aim is not to focus on complex formulae apparatus, which is behind the mathematical model and to provide step by step calculation algorithm using built-in functions of Excel and its add - in application SIMTOOLS.

Keywords: *VaR, Monte Carlo simulation, market risk, one risky asset, Excel*

Симулационният подход Монте Карло е открит в средата на 40-те години на XX век от трима видни учени, работещи по проекта „Манхатън", целящ създаване на атомна бомба. През 1946 година физиците-математици Джон Фон Нойман, Станислав Улам и Никълъс Метрополис работят върху проблемите на неутронната дифузия и радиационната защита в националната лаборатория на САЩ Лос Аламос. Въпреки наличието на огромна база емпиричен материал те не успяват да разрешат проблема, използвайки конвенционалните детерминистични математически методи. Редейки пасианс при едно от възстановяванията си след боледуване, на Станислав Улам му хрумва идеята да се използват случайно генерирани числа и теорията на вероятностите, за да разреши проблема. Поради факта, че проектът е строго секретен, на новия метод е дадено името Монте Карло (по името на известното казино в кралство Монако).

От този момент симулацията Монте Карло става основна техника при изследване и моделиране на събития с висока степен на несигурност и риск. Методът намира широко приложение в човешката практика - от изследване на космоса, петролни проучвания до прогнозиране на бизнес фалити и риск.

В областта на пазарния риск около 15 % от банките предпочитат Монте Карло симулацията при изчисляване на VaR пред останалите два метода[37]. Основните предимства на подхода се свързват с неговата точност (конструира пълна картина на риска), гъвкавост (позволя на риск мениджърите да използват различни теоретични разпределения и динамични корелационни зависимости), универсалност и възможност за интегриране в различни рискови модули.

Основните недостатъци на Монте Карло произтичат от тежката изчислителна процедура, изискваща огромен брой симулации (минимум 10 000 симулации за рисков актив) и недостатъчното време за преоценяване на големите банкови портфейли

[37] Mehta Amit, M. Neukirchen, S. Pfetsch and Thomas Poppensieker, " Managing market risk: Today and tomorrow", McKinsey Working Papers on Risk, Number 32, May 2012, p.3.

при динамични промени на финансовите пазари.

Основната идея на Монте Карло симулацията при изчисляване на VaR е конструиране на детайлна картина на портфейлния риск, чрез компютърна симулация на огромен брой случайни числа, притежаващи основните характеристики на емпиричното разпределение на възвращаемостта на портфейла за определен период.

Една от основните статистически характеристики на възвращаемостта на активите е тяхното случайно разпределение. Изменението на техните бъдещи цени е неизвестно и обикновено най-доброто предположение за цената за следващия период е последната известна цена. Когато се наблюдава такова многообразие от случайни изменения в цените на активите, едно от логичните решения е да се определи размерът на това изменение (пазарният риск), като се симулират огромен брой случайни величини с определени характеристики. По този начин се конструира пълна картина на ценовото разсейване с акцент върху последната известна цена. Използването на случайни величини придружени със съответните вероятности позволява да се изчислят всички възможни варианти на изменение в цената на актива. Това е именно основната идея залегнала в метода Монте Карло за изчисляване на VaR.

Основните етапи, през които преминава изчисляването на VaR при използване на Монте Карло симулация са следните:

1. Набавяне на актуални исторически данни за активите с хоризонт на извадката 1-3 години;
2. Изследване на формата на емпиричното разпределение и конструиране на математически модел;
3. Изчисляване на възвращаемостта на активите, средната аритметична, стандартното отклонение и корелационно-вариационна матрица.
4. Компютърна симулация на 10 000 случайни числа с определени статистически характеристики;
5. Конвертиране на случайните величини в извадкови, чрез използване на определени статистически разпределения;
6. Симулиране (изчисляване) на възвращаемостта на активите и портфейла:
7. Симулиране динамиката в стойността на целия инвестиционен портфейл и намиране на възвращаемостта му спрямо началната му стойност;
8. Определяне стойността на VaR като определен центил.

При изчисленията като компютърен софтуер освен Excel ще бъде използвано и негово add – in приложение SIMTOOLS, което безплатно и е достъпно за download на http://home.uchicago.edu/~rmyerson/addins.htm#simt.

Симулационният софтуер SIMTOOLS е разработен за извършване на Монте Карло симулация и анализ на риска в Excel среда от Нобеловия лауреат за 2007 професор Роджър Меърсън - преподавател по икономика от Университета на Чикаго[38]. На визираната страница могат да бъдат намерени пояснения относно неговата инсталация и характеристики. Риск мениджърите използват мощни специализирани софтуери способни да обработват огромни бази от данни и извършват симулации при различни сценарии и промени в моделната рамка. Обикновено банките имат сключени дългогодишни договори с водещи фирми, специализирани в разработването и поддържането на софтуерни системи в областта на бизнес риска. През последните години утвърдили се фирми в пазарния сегмент на висшия мениджмънт и бизнес риска от световен мащаб са Fair Isaac Corporation, The Boston Consulting Group (BCG), McKinsey & Company, Inc., Bain & Company и др. Интересен момент от политиката на тези консултантски фирми е постоянното търсене и привличане на топ таланти от елитните университети по света.

Използването на МонтеКарло симулация при изчисление на VaR може да бъде демонстрирано в детайли, като бъдат използвани данните за акциите на INTEL Corporation за периода 03.01.–18.05. 2012 г. Средната възвращаемост на акции за периода е изчислена чрез функцията AVERAGE на Excel на μ = 0,0797%, а стандартното отклонение, чрез функцията STDEVP на σ = 1,08%

При положение че при възвращаемоста на акциите на INTEL се наблюдава разпределение близко до нормалното, две от вградените функции на Excel могат да бъдат използвани за целите на симулацията. Това са RAND и NORMINV.

Първата функция RAND изчислява случайни числа, които са в интервала между 0 и 1 включително при безповторен избор т.е. всяка стойност в интервала се появява веднъж. Особеното на тази статистическа функция е,

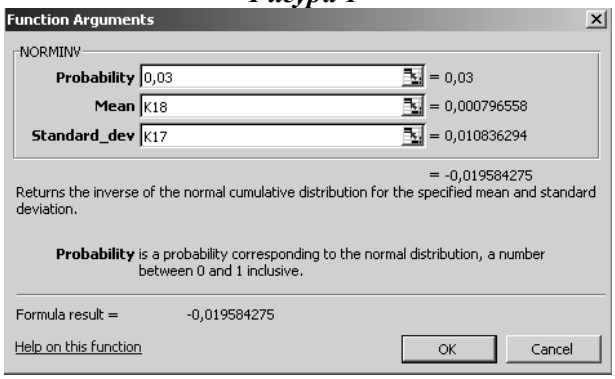
[38] http://home.uchicago.edu/~rmyerson/index.html

ISSN: 1314-5703

че изисква входни данни и преизчислява своите стойности всеки път, когато на Excel се налага да преизчисли дадена стойност.

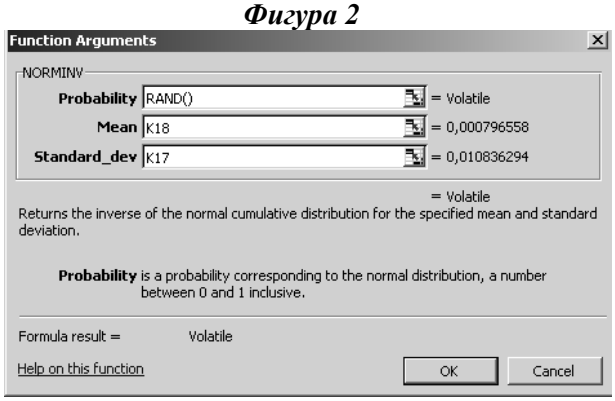
Другата функция NORMINV изчислява обратната стойност (абцисата X) на формулата на нормалното разпределение т.е. при дадена вероятност функцията изчислява стойности под кривата на нормалното разпределение. Например, ако искаме да намерим каква стойност съответства на 3% вероятност при средна μ = 0,0797% и стандартно отклонение σ = 1,08% от стандартното отклонение попълваме аргументите на функцията, както е показано на фигура11.

Фигура 1



Понеже приехме, че възвращаемостта на INTEL има нормално разпределение, за целите на Монте Карло симулацията се изисква да се симулира не просто стойности от нормалното разпределение при дадена средна и стандартно отклонение, а случайни числа, които имат нормално разпределние. За да решим тази задача, се налага на мястото на аргумента вероятност да въведем функцията RAND (Фигура 2).

Фигура 2



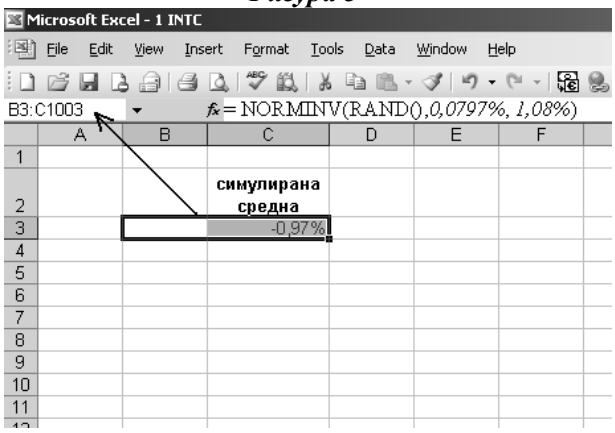
Чрез комбинирането на двете функции написахме формулата, чрез която може да се осъществи Монте Карло симулацията при нормално разпределение. Написана формулата на езика на Excel, конкретно за акциите на INTEL има вида:

= NORMINV(RAND(),0,0797%, 1,08%)

За по кратко на професионалния език на конструкторите на модели чрез Монте Карло симулацията това се нарича симулирана средна. Тя се използва като основа за симулацията.

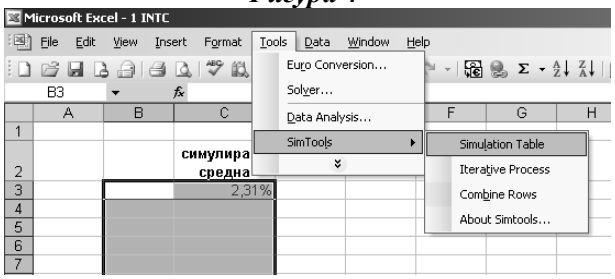
Следващият етап е уточняване броя на симулациите. Това в Excel става по следния начин: маркираме клетката, в която е програмирана функцията от Фигура 2 заедно с клетката в ляво от нея. (Двете колони под тях трябва да са празни. Там ще се появят изчислените стойности на симулацията). В най-горната лява лента се задава броя на симулациите. На фигура 3 са зададени 1000 симулации (B3:C1003).

Фигура 3



След като боя на симулациите е зададен се натискат едновремнно клавишите Shift+Enter и по този начин автоматично се маркира симулационната таблица. От менюто избираме Tools / SimTools / Simulation table (фигура 4) и таблицата със 1000 симулациите се изчислява автоматично (Таблица 1.).

Фигура 4



В таблица 1 са представени част от Монте Карло симулациите (60 от 1000) на възвращаемостта на акциите на Intel. Важно е да се подчертае, че при всяка симулация данните в таблицата ще изглеждат различно,

поради използването на случайни числа в симулационния процес.

Таблица 1

N	вероятност	сим. R		N	вероятност	симул. R
	SimTable	-2,24%				
1	0	0,55%		31	0,03003	0,20%
2	0,001001	-0,40%		32	0,031031	-0,65%
3	0,002002	1,40%		33	0,032032	-1,29%
4	0,003003	-0,91%		34	0,033033	1,33%
5	0,004004	0,64%		35	0,034034	0,58%
6	0,005005	-1,04%		36	0,035035	-0,40%
7	0,006006	0,17%		37	0,036036	0,33%
8	0,007007	0,87%		38	0,037037	1,68%
9	0,008008	-0,59%		39	0,038038	-0,22%
10	0,009009	0,37%		40	0,039039	0,34%
11	0,01001	-0,83%		41	0,04004	0,28%
12	0,011011	-1,09%		42	0,041041	-0,39%
13	0,012012	0,21%		43	0,042042	0,57%
14	0,013013	0,46%		44	0,043043	0,07%
15	0,014014	-1,47%		45	0,044044	0,90%
16	0,015015	0,15%		46	0,045045	-0,67%
17	0,016016	-1,73%		47	0,046046	1,42%
18	0,017017	-1,64%		48	0,047047	-0,64%
19	0,018018	1,71%		49	0,048048	1,20%
20	0,019019	-0,46%		50	0,049049	-1,84%
21	0,02002	0,95%		51	0,05005	-0,06%
22	0,021021	0,06%		52	0,051051	-0,40%
23	0,022022	0,62%		53	0,052052	0,13%
24	0,023023	-0,43%		54	0,053053	-1,04%
25	0,024024	-0,83%		55	0,054054	0,77%
26	0,025025	0,30%		56	0,055055	1,06%
27	0,026026	1,44%		57	0,056056	0,30%
28	0,027027	0,41%		58	0,057057	-0,01%
29	0,028028	-0,36%		59	0,058058	0,16%
30	0,029029	1,24%		60	0,059059	-1,19%

Таблица 2

довер. интервал	99 %	95 %	90 %	85 %
VaR	-2,18%	-1,54%	-1,18%	-0,99%

Таблица 3

доверителен интервал	историческа симулация	MC симулация	делта нормален
90 %	-1,40 %	-1,18 %	-1,40 %
95 %	-1,47 %	-1,54 %	-1,79 %
97,50 %	-2,10 %	-1,82 %	-2,14 %
99 %	-2,34 %	-2,18 %	-2,53 %

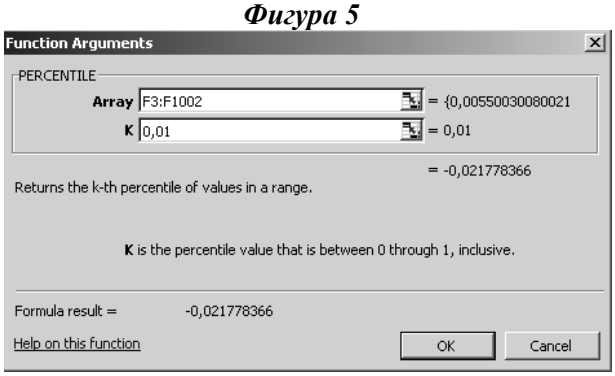
Таблица 4

Последна известна цена на (P_0)	**$26,07**
Очаквана год. възвращаемост на годишна база (□	**1,26%**
Стандартно отклонение на год. база (□),	**17,08%**
Времеви интервал в години (t)	**0,0040**

ISSN: 1314-5703

При конкретния пример са изчислени само 1000 симулации, но в банковата практика обикновено риск мениджърите извършват минимум 10 000 и то няколкократно, докато се уверят, че между изчислените стойности на VaR не се наблюдават съществени различия.

Фигура 5



Стойността на пазарния риск се определя чрез функцията PERCENTILE. Така например максималната очаквана загуба при 99 % доверител интервал ще бъде равна на – 0,021778 или 2,18 % (Фигура 5). Резултатите от изчисленията на VaR при различните нива на доверителност са дадени в таблица 2.

Таблица 3 дава сравнителна информация за максималните очаквани загуби в процент от инвестиция в акциите на Intel Corporation, изчислени по метода на делта нормалния VaR, метода на историческата симулация и Монте Карло симулация при различни доверителни интервали .

От изключително значение за точността на VaR е определянето на вероятностното разпределение на всеки един инструмент. Множество изследвания доказват, че цените на финансови активи следват приблизително стохастичен процес наречен геометрично Брауново движение или Обобщен Винеров процес[39]. Симулацията чрез геометрично Брауново движение се прилага за прогнозиране на цени, валутни курсове, лихвени проценти и др., които имат само положителни стойности.

Брауново движение е термин от физиката и описва случайно блуждаене на една частица, в безкрайно малък интервал от време. От статистическа гледна точка става въпрос за процес със случайно разпределение. Брауновото движение в оригиналния си вид може да приема отрицателни стойности и поради това и други причини не може да се използва директно като модел за прогнозиране движението на цените на финансовите инструменти. Затова се прилага неговата математическа модификация геометричното Брауново движение, което се изразява, чрез следната формула:

$\Delta P = P * \left(\mu * \Delta t + \varepsilon * \sigma * \sqrt{\Delta t}\right)$, където:

ΔP е изменението в цената на финансовия актив за малък интервал от време;

μ - очакваната норма на възвръщаемост на финансовия актив за единица време;

σ - стандартното отклонение на цената на финансовия актив;

Δt - времевия интервал ;

ε - случайната величина с нормално разпределение със средна нула и дисперсия единица.

Произведението $\mu * \Delta t$ се нарича изместване (drift), а $\varepsilon * \sigma * \sqrt{\Delta t}$ - симулирания шок. При процеса на симулация входните данни се подлагат на комбинираното въздействие на изместване и шок. Симулационният модел на изчисляване цената за следващия период има следния вид:

$$P_t = P_{t-1} + P_{t-1} * \left(\mu * \Delta t + \varepsilon * \sigma * \sqrt{\Delta t}\right).$$

Приложението на симулационния модел на геометричното Брауново движение ще бъде илюстриран с данни за акциите на Intel (Таблица 4).

Среднодневна възвращаемост се конвертира на годишна база се като:

$$\mu_t = \mu * \sqrt{D} = 0{,}0797\ \% * \sqrt{250} = 1{,}26\%$$

Стандартното отклонение аналогично се конвертира като:

$$\sigma_t = \sigma * \sqrt{D} = 1{,}08\% * \sqrt{250} = 17{,}08\% .$$

Времевия интервал в години е равен на 1/250 = 0,0040.

Като базова цена при симулациите използваме последната известна цена на акциите на INTEL 26,07$. При конкретния пример за академични цели са изчислени само 30 симулации, но както бе споменато по-горе в реалната банкова практика се препоръчват поне 10 000 симулации (Таблица 5).

[39] Наречено е на известния американски математик Norbert Wiener, който за първи дава математическо описание на Брауновото движение в статията си “Differential space”, Journal of Mathematics and Physics, 1923.

Таблица 5

Монте Карло симулация на цената на акциите на Intel Corporation за следващите 7 дни

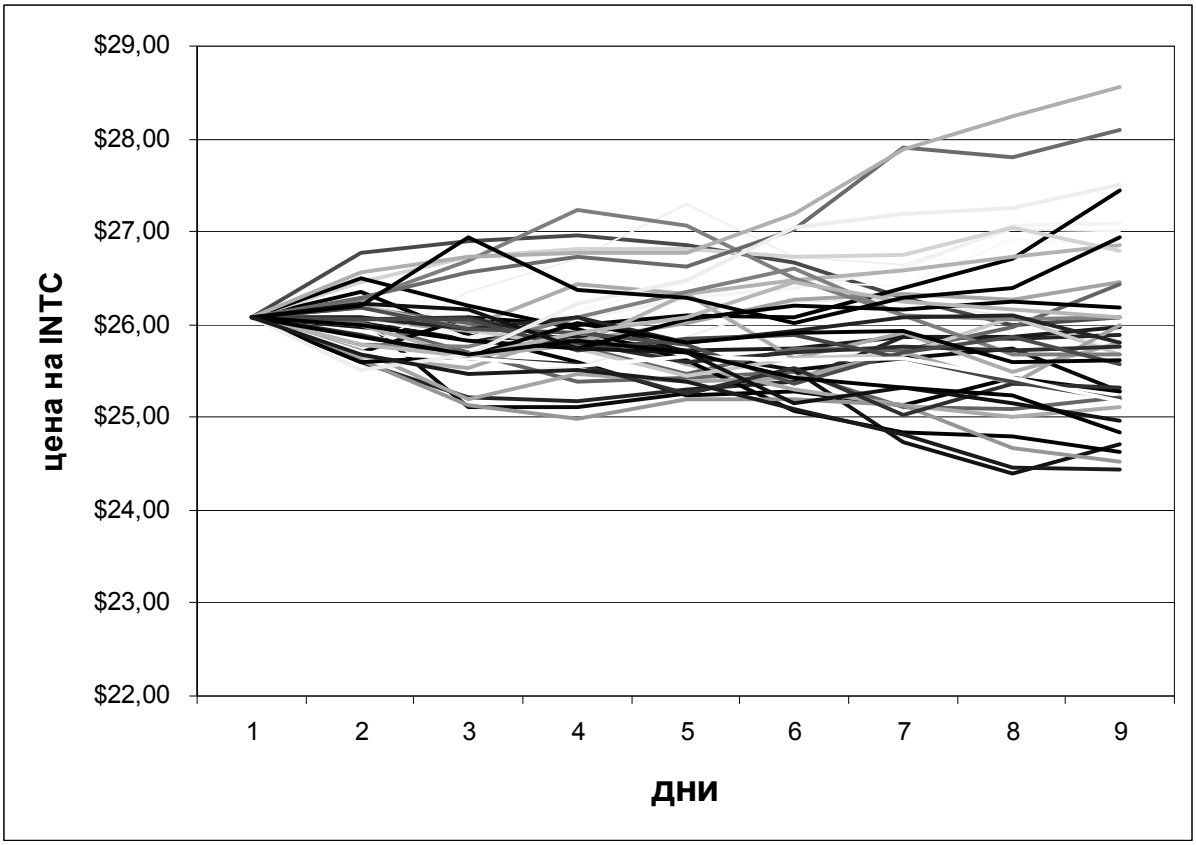
	1 ви ден	2 ден	3 ден	4 ден	5 ден	6 ден	7 ден
1	$ 26,07	$ 26,48	$ 26,49	$ 25,90	$ 25,00	$ 24,66	$ 24,80
2	$ 26,07	$ 25,94	$ 25,77	$ 25,43	$ 25,40	$ 25,85	$ 25,56
3	$ 26,07	$ 26,45	$ 26,63	$ 26,56	$ 26,84	$ 26,47	$ 26,35
4	$ 26,07	$ 26,34	$ 25,94	$ 25,91	$ 26,14	$ 25,60	$ 25,03
5	$ 26,07	$ 25,77	$ 25,25	$ 25,08	$ 24,85	$ 24,67	$ 24,57
6	$ 26,07	$ 25,89	$ 25,43	$ 25,78	$ 25,71	$ 25,79	$ 25,64
7	$ 26,07	$ 26,19	$ 26,48	$ 27,00	$ 26,98	$ 27,06	$ 27,37
8	$ 26,07	$ 25,88	$ 25,64	$ 25,48	$ 24,83	$ 24,31	$ 24,25
9	$ 26,07	$ 25,34	$ 25,18	$ 25,13	$ 24,85	$ 24,62	$ 24,73
10	$ 26,07	$ 26,18	$ 26,29	$ 26,13	$ 26,11	$ 26,36	$ 26,89
11	$ 26,07	$ 25,97	$ 26,12	$ 26,21	$ 25,73	$ 25,29	$ 25,07
12	$ 26,07	$ 26,02	$ 25,52	$ 25,71	$ 25,19	$ 25,42	$ 25,50
13	$ 26,07	$ 26,16	$ 26,19	$ 25,98	$ 26,16	$ 27,05	$ 26,50
14	$ 26,07	$ 26,00	$ 25,90	$ 26,30	$ 25,96	$ 25,64	$ 25,10
15	$ 26,07	$ 26,04	$ 26,16	$ 26,20	$ 26,49	$ 26,40	$ 25,96
16	$ 26,07	$ 26,05	$ 26,33	$ 26,15	$ 26,10	$ 26,34	$ 26,43
17	$ 26,07	$ 25,98	$ 25,72	$ 25,37	$ 25,25	$ 25,16	$ 24,95
18	$ 26,07	$ 26,00	$ 25,70	$ 26,03	$ 26,84	$ 26,88	$ 26,59
19	$ 26,07	$ 26,40	$ 26,74	$ 27,04	$ 27,13	$ 26,83	$ 26,74
20	$ 26,07	$ 25,47	$ 25,49	$ 25,30	$ 25,36	$ 25,03	$ 24,86
21	$ 26,07	$ 26,25	$ 25,76	$ 25,78	$ 25,73	$ 26,05	$ 25,93
22	$ 26,07	$ 26,08	$ 25,68	$ 25,43	$ 25,69	$ 25,19	$ 24,85
23	$ 26,07	$ 25,78	$ 25,58	$ 25,60	$ 25,82	$ 25,67	$ 25,89
24	$ 26,07	$ 25,95	$ 25,80	$ 25,40	$ 25,36	$ 25,51	$ 24,67
25	$ 26,07	$ 25,84	$ 25,49	$ 25,32	$ 25,55	$ 25,76	$ 25,96
26	$ 26,07	$ 25,47	$ 25,37	$ 25,23	$ 24,94	$ 24,86	$ 24,92
27	$ 26,07	$ 25,95	$ 25,95	$ 25,69	$ 26,08	$ 26,47	$ 26,53
28	$ 26,07	$ 26,14	$ 26,42	$ 26,70	$ 26,42	$ 26,28	$ 26,05
29	$ 26,07	$ 25,69	$ 25,76	$ 25,26	$ 25,80	$ 25,83	$ 25,64
30	$ 26,07	$ 26,49	$ 26,70	$ 27,24	$ 27,11	$ 27,03	$ 26,81

Графика 1 дава визуална представа за бъдещите изменения в цената на акциите на Intel Corporation за следващите 10 дни в резултат на Монте Карло симулиране на геометрично Брауново движение. Както се вижда от графиката с увеличаване на броя на периодите се наблюдава все по-голямо разсейване в цената на акцията, това означава вероятност от по-голяма грешка. Поради тази причина риск мениджърите рядко изчисляват VaR за период по-голям от 10 дни.

При този подход VaR се определя като децил към съответния времеви хоризонт чрез използването на функцията PERCENTILE. Например 99 %-ят VaR за 10 дневен хоризонт е равен на 24,30 $, а 95 %-ят на 24,41 $.

ISSN: 1314-5703

Графика 1
Графична картина на Монте Карло симулации чрез геометрично Брауново движение на акциите на Intel Corporation за следващите 10 дни



Литература

1. Dowd Kevin, "Introduction to market risk measurement", John Wiley & Sons Ltd, England 2002
2. Choudhry M., " An introduction to Value at Risk", Fourth Edition, John Wiley & Sons Ltd 2006
3. Roychoudhury S., "Likelihood of Loss and the Value at Risk", National Science Foundation, 2010 g.
4. J.P. Morgan, "Risk metrics – Technical document", Fourth Edition, 1996
5. Hochadel Manpreet и Douglas Campbell, „Benchmarking Through Ex-Ante Tracking Error", JPMorgan Chase & Co. 2012.
6. Mehta Amit, M. Neukirchen, S. Pfetsch and Thomas Poppensieker, "Managing market risk: Today and tomorrow", McKinsey Working Papers on Risk, Number 32, May 2012
7. Linsmeier T., and N. Pearson, " Risk measurement: An Introduction to Value at Risk" , 1996